

Wahlchaos – Paradoxien des deutschen Wahlsystems

Thomas Rehn Markus Schneider

24C3: 27.-30. Dezember 2007

Das komplexe deutsche Bundestagswahlsystem weist einige Besonderheiten auf. In dieser Arbeit wird der Einfluss von Wählerstimmen auf Überhangmandaten untersucht. Zudem wird auf Wahlparadoxien und alternative Zuteilungsverfahren eingegangen.

1 Einführung und Motivation

Die Wahl zum 16. Deutschen Bundestag im Jahr 2005 führte einer größeren Öffentlichkeit vor Augen, welche ungeahnte Komplexität im deutschen Wahlverfahren zum Bundestag steckt, die mitunter zu paradoxen Situationen führt. Zur Erinnerung: im Wahlkreis 160 (Dresden I) fand am 2. Oktober 2005 zwei Wochen nach der Bundestagswahl im übrigen Bundesgebiet unter besonderer Medienbeobachtung eine Nachwahl statt. Hätte bei dieser die CDU *mehr* als 41226 Zweitstimmen bekommen, hätte sie einen Sitz im Bundestag verloren. Eine tatsächliche Konsequenz des Urnengangs in Sachsens war unter anderem eine Verschiebung eines Sitzes der CDU in Nordrhein-Westfalen zur CDU im Saarland. Diese beiden Phänomene sind zwei Eigenschaften des deutschen Wahlsystems geschuldet: Überhangmandate und das Hare-Niemeyer-Sitzzuteilungsverfahren.

1.1 Juristische Grundlagen

Die Grundmerkmale der Wahl zum deutschen Bundestag – Allgemeinheit, Unmittelbarkeit, Freiheit, Gleichheit und Geheimheit – sind in den Artikeln 38ff des Grundgesetzes verankert. Alle weiteren Details zur Wahl sind im Bundeswahlgesetz (BWahlG oder BWG) geregelt. Dort ist auch die Art des Sitzzuteilungsverfahrens bestimmt, seit 1987 Hare-Niemeyer.

1.2 Überhangmandat

Von den im Bundestag zu vergebenden Sitzen werden eine Hälfte über Direktmandate und die andere Hälfte über Landeslisten der Parteien vergeben. Grundsätzlich hat ein Wähler eine Erststimme und eine Zweitstimme zur Verfügung. Mit der Erststimme wählt er das Direktmandat seines Wahlkreises (relative Mehrheit). Die Zweitstimme wählt eine Partei für die Mandatsverteilung.

Unter Berücksichtigung der Sperr-(5-Prozent)- und der Grundmandatsklausel werden zunächst die insgesamt zu vergebenden (zur Zeit 598) Mandate per Verteilungsverfahren an Hand des Zweitstimmenergebnisses auf die Parteien umgelegt (Oberverteilung). Innerhalb jeder Partei findet dann eine Verteilung der Mandate aus der Oberverteilung an Hand des Zweitstimmenergebnisses in den Bundesländern auf die jeweiligen Bundesländer statt (Unterverteilung).

Wenn hier in einem Bundesland eine Partei weniger Mandate zugeteilt bekommt als ihr durch die direkt gewählten Direktmandate zustehen, wird diese Differenz als Überhangmandat vergeben.

1.3 Zuteilungsverfahren

1.3.1 Grundlagen

Um bei einer Verhältniswahl Wählerstimmen in Mandate übersetzen zu können, kommt ein Zuteilungsverfahren zum Einsatz, das die in der Regel nicht geradzahligem Anteile auf die zu vergebenden Sitze verteilt. Man unterscheidet zwischen Quotenverfahren wie dem Hare-Niemeyer-Verfahren, das bei der Bundestagswahl zum Einsatz kommt, und Divisorverfahren wie Sainte-Laguë- oder D'Hondt-Verfahren (angewandt bei Bundestagswahlen bis einschließlich 1983).

Sei $Q := \frac{\text{Parteistimmenzahl}}{\text{Gesamtstimmenzahl}} \cdot \text{Gesamtsitzzahl}$ die sogenannte Quote einer Partei. Dann werden beim Hare-Niemeyer-Verfahren jeder Partei sicher $\lfloor Q \rfloor$ Sitze zugeteilt, die verbleibenden werden nach absteigenden Resten $Q - \lfloor Q \rfloor$ an die Parteien vergeben.

Bei Divisorverfahren werden die Anzahlen der auf eine Partei entfallenen Stimmen S_P sukzessive durch Elemente einer Zahlenfolge N_1, N_2, N_3, \dots geteilt. Die sich ergebenden Höchstzahlen genannten Quotienten $\frac{S_P}{N_i}$ werden absteigend der Größe nach sortiert; in Reihenfolge dieser Zahlen werden die zu vergebenden Mandate auf die Parteien aufgeteilt. Divisorverfahren unterscheiden sich in der Wahl der Werte N_i . Für D'Hondt ist $N_i = i$, für Sainte-Laguë $N_i = 2i - 1$.

1.3.2 Gütekriterien

Für die Bewertung von Zuteilungsverfahren gibt es drei Kriterien:

- *Quotenbedingung* Die tatsächliche Mandatszahl M einer Partei weicht nie mehr um 1 von ihrem Idealanspruch Q (s.o.) ab: $|Q - M| \leq 1$
- *Hausmonotonie* Eine Vergrößerung der Gesamtzahl an zu vergebenden Sitzen führt nie zur Verringerung der Sitzzahl einer Partei.

- *Stimmenmonotonie* Ein Stimmenzuwachs einer Partei führt nie zur Mandatsverschiebung zwischen anderen Parteien.

Gemäß dem Unmöglichkeitssatz von Balinski und Young [1] kann es kein Zuteilungsverfahren geben, das alle drei Bedingungen gleichzeitig erfüllt. Quotenverfahren erfüllen nur die Quotenbedingung, Divisorverfahren genügen nur der Monotonie.

2 Methoden

Um Rechnungen und Simulationen von Bundestagswahlen durchführen zu können wurde ein modulares Java-Programm implementiert, das drei verschiedene Zuteilungsverfahren implementiert (D'Hondt, Hare-Niemeyer, Sainte-Laguë). Wahlergebnisse können aus CSV-Dateien importiert werden, deren Format sich an den Veröffentlichungen des Bundeswahlleiters orientiert. Bei der Berechnung der Sitzverteilung werden auch die Sperr- und die Grundmandatsklausel berücksichtigt. Zur Erforschung der Robustheit des deutschen Bundestagswahlsystems wurden verschiedene Störungsklassen implementiert, die auf Wahlkreisebene die Erst- und Zweitstimmenergebnisse der Parteien verändern. Störungen, die im Code realisiert wurden, sind:

- singuläre Störungen auf Wahlkreisebene zur Untersuchung von Paradoxien
- Störungen auf Länderebene, bspw. zur Untersuchung des Einflusses von Wahlbeteiligung

3 Ergebnisse

3.1 Hare-Niemeyer-Verfahren und Überhangmandate

Wie schon im einführenden Beispiel zum Dresdner Wahlkreis 2005 gezeigt, ist das seit 1987 bei Bundestagswahlen angewandte Hare-Niemeyer-Verfahren nicht konsistent. Das Auftreten einer solchen Paradoxie war kein Einzelfall. Ein ähnliches Szenario gab es bei der Wahl 2002 im Vogtlandkreis.

- Es gewinnt die CDU einen Sitz, wenn sie selbst 3750 Zweitstimmen verliert.
- Gewinnt die SPD 1500 Erststimmen, so verliert die CDU einen Sitz.

Diese Sitzverschiebung rührt von einem Überhangmandat in Sachsen her, das gewonnen oder verloren wird.

Legt man das Sainte-Laguë-Zuteilungsverfahren zu Grunde, bleibt im ersten Fall die Sitzverteilung unverändert, auch unter anderen größeren negativen Veränderungen der Zweitstimmenzahl. Der zweite Fall ist alleine eine Sache von Überhangmandaten und tritt auch bei anderen Zuteilungsverfahren auf.

Dass die Wahlbeteiligung sich auf die Überhangmandate auswirkt kann man deutlich sehen, wenn man sie drastisch verändert. Halbiert man im bevölkerungsreichsten

Land Nordrhein-Westfalen die Wahlbeteiligung, ergeben sich deutliche Verschiebungen bei der Sitzverteilung und den Überhangmandaten. Das konkrete Ergebnis ist in Tabelle 1 zu sehen, die SPD erhält alleine in NRW 10 Überhangmandate zusätzlich.

	Gesamt	SPD	CDU	CSU	B90/G	FDP	Linke
Mandate original	614	222	180	46	51	61	54
Mandate gestört	617	226	170	52	51	61	57
Überhang original	16	9	7	–	–	–	–
Überhang gestört	19	17	2	–	–	–	–

Tabelle 1: Bundestagswahl 2005: Wahlbeteiligung und Überhangmandate

3.2 Wahlkampfanalyse: kleine Parteien

Die kleine Parteien malen sich meistens keine großen Chancen aus, viele Wahlkreise über die Erststimme zu gewinnen. Deshalb machen sie gezielt Zweitstimme-Werbung. Es stellt sich die Frage, ob dies auch Nutzen bringt und ob das Zweitstimmensystem überhaupt einen Unterschied macht. Hierfür haben wir die gleiche Stimmverteilung der Erststimme auch auf die Zweitstimme sowie die Umkehrung für die Wahlen 1998 und 2005 angewendet.

	Gesamt	SPD	CDU	CSU	B90/G	FDP	Linke
Mandate original	614	222	180	46	51	61	54
Mandate gestört	604	262	219	55	36	32	–
Überhang original	16	9	7	–	–	–	–
Überhang gestört	6	5	1	–	–	–	–

Tabelle 2: Bundestagswahl 2005: Zweitstimmen wie Erststimmen

Wie man in Tabelle 2 deutlich sieht, schrumpfen die Fraktionen von Grünen und FDP zusammen und die Linkspartei zieht gar nicht in den Bundestag ein.

	Gesamt	SPD	CDU	CSU	B90/G	FDP	Linke
Mandate original	614	222	180	46	51	61	54
Mandate gestört	616	225	179	46	51	61	54
Überhang original	16	9	7	–	–	–	–
Überhang gestört	18	12	6	–	–	–	–

Tabelle 3: Bundestagswahl 2005: Erststimmen wie Zweitstimmen

Umgekehrt (Tabelle 3) verschieben sich nur ein paar Überhangmandate bei SPD und CDU, die anderen Parteien sind nicht betroffen.

Ein ähnliches Bild ergibt sich in Tabelle 4 für das Jahr 1998: FDP und PDS zögen gar nicht in den Bundestag ein, die SPD erhalte die absolute Mehrheit an Sitzen.

	Gesamt	SPD	CDU	CSU	B90/G	FDP	Linke
Mandate original	669	298	198	47	47	43	36
Mandate gestört	663	332	240	54	37	–	–
Überhang original	13	13	–	–	–	–	–
Überhang gestört	7	7	–	–	–	–	–

Tabelle 4: Bundestagswahl 1998: Zweitstimmen wie Erststimmen

	Gesamt	SPD	CDU	CSU	B90/G	FDP	Linke
Mandate original	614	222	180	46	51	61	54
Mandate gestört	613	224	178	46	50	61	54
Überhang original	16	9	7	–	–	–	–
Überhang gestört	15	10	5	–	–	–	–

Tabelle 5: Bundestagswahl 2005: Patt mit Hare-Niemeyer

Es lässt sich deutlich erkennen die Wähler bei Erststimmen ein anderes Verhalten als bei Zweitstimmen an den Tag legen, das zweigeteilte Wahlsystem zeigt Wirkung.

3.3 Manipulation zum Patt

Die Wahl 2005 ist sehr knapp ausgefallen. Es gab nur einen Unterschied von vier Mandaten zwischen den beiden großen Fraktionen SPD und CDU/CSU, umgerechnet $\frac{4}{614} \cdot 47.194.062 \approx 310.000$ Stimmen. Es stellt sich die Frage, ob man durch gezielte Manipulation eventuell weniger Stimmen benötigt um diese vier Sitze zu verschieben. Wir suchten also nach Wahlkreisen mit knappem Direktmandate. Außerdem untersuchten wir, welche Überhangsmandate leicht zu kippen sind. Hierzu verwendeten wir kaskadierte probabilistische Stimmenstörungen in Wahlkreisen. Am Ende genügte die folgende a-posteriori Störung mit 70.500 Stimmen:

- Chemnitz: +3500 CDU, +3500 SPD Zweitstimmen
- Altenburger Land: +2500 SPD Erststimmen
- Heidelberg: +1000 SPD Erststimmen
- z.B. Saarland: +30.000 SPD, -30.000 CDU Zweitstimmen

Das Ergebnis ist in Tabelle 5 zu sehen.

3.4 Wahlkreise und Manipulationsfähigkeit

Nach den vorherigen Schlaglichtern auf bestimmte Phänomene wollen wir an dieser Stelle die Robustheit des Wahlsystems gegenüber kleineren Änderungen der Wählerstimmen untersuchen. Dabei störten wir einzeln sukzessive die Erst- und Zweitstimmenergebnisse der Wahlkreise mit einer gewissen Fluktuation an Wählerstimmen. Beginnend bei sehr kleinen Störungen, die nur 0,01% der Stimmen verändern steigerten

wir das Ausmaß der Fluktuation bis sich an der Sitzverteilung im Bundestag etwas verändert.

Die Ergebnisse der für die Bundestagswahlen 2002 und 2005 durchgeführten Analyse verhalten sich indifferent. Es gibt drei typische Fälle:

- Ein knappes Direktmandat in einem Wahlkreis kippt und zieht ein Überhangmandat nach sich.
- Die Sitzzuteilung einer Landesliste ist knapp, so dass Änderungen am Zweitstimmenanteil im ganzen Bundesland eine Veränderung eines Überhangmandates nach sich ziehen.
- Wahlkreis und Bundesland sind stabil gegenüber massiven zufälligen Fluktuationen, es gibt keine Änderung an der Sitzverteilung.

Neben dieser Einteilung in drei erkennbaren Klassen konnten keine auffälligen Tendenzen eines Bundeslandes oder eines Wahlkreises störanfällig zu sein, gefunden werden.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Wir haben eine Reihe von Besonderheiten des deutschen Wahlsystems gesehen. So kann es passieren das eine vergleichsweise kleine Störung eine Sitzveränderung hervorruft. Die Eigenschaften des Hare-Niemeyer-Verfahren können zu paradoxen Effekten führen. Da unsere Analyse nur a-posteriori ist, kann man kaum konkrete Rückschlüsse für die nächste Wahl ziehen, aber dennoch wird es, spätestens 2009, interessant sein, die Wahl mit den gleichen Methoden zu untersuchen.

Da nicht alle drei Kriterien von einem Zuteilungsverfahren erfüllt werden können, muss es aus politischer Sicht eine Entscheidung geben, welches als das wichtigere angesehen wird und dann erst kann die Mathematik über das am besten geeignete Verfahren entscheiden.

Bezüglich der Untersuchungen zur Störanfälligkeit wäre es interessant ausgiebiger mit statistischen Mitteln zu untersuchen, ob es eine langfristig Tendenz von Wahlkreisen oder Bundesländern gibt, bei kleinen Stimmfluktuationen eine Mandatsveränderung hervorzurufen. Da die Wahlkreise jedoch einer ständigen Restrukturierung (zuletzt 2002) unterliegen, sind diesem Ansatz auch Grenzen gesetzt.

Eins ist aber sehr deutlich geworden, jede Stimme zählt. Auch Nichtwähler haben einen Einfluss, den man nicht unterschätzen sollte, keiner kann sich seiner politischen Verantwortung entziehen.

Literatur

- [1] Balinski und Young: Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote. Yale University Press, New Haven, London, 1982